

2023（令和5）年度 福岡女子大学 一般選抜個別学力検査

〔 前期日程試験問題 〕

【環境科学科】

数 学

【 90 分 】

注意事項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は5ページから13ページにあります。問題は全部で**5題**です。
- 3 解答用紙には裏にも解答欄があります。
- 4 問題の小問がある場合は、(1), (2), (3), …のように小問番号を各自で解答用紙に明記してください。
- 5 試験中に問題冊子の印刷不鮮明, ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 6 試験開始と同時に解答用紙の**受験番号欄**に**受験番号**を記入してください。
- 7 試験終了後、**問題冊子は持ち帰ってください。**

- 1 高校生 500 人に国語・数学・英語それぞれについて得意であるか得意でないかを尋ね、以下の表のような集計結果が得られたとする。表において、○はその科目が得意であること、×は得意でないことを示している。例えば、人数が x_1 となっている行は国語のみが得意であると答えた人が x_1 人いたことを表している。このとき、以下の問に答えなさい。

国語	数学	英語	人数
×	×	×	x_0
○	×	×	x_1
×	○	×	x_2
×	×	○	x_3
○	○	×	x_4
×	○	○	x_5
○	×	○	x_6
○	○	○	x_7

- (1) 国語、数学、英語のうち 1 科目以上が得意であると答えた人数を $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$ を用いて表しなさい。
- (2) 国語が得意であると答えた人数を J 、数学が得意であると答えた人数を M 、英語が得意であると答えた人数を E とする。 J, M, E をそれぞれ $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$ を用いて表しなさい。
- (3) 国語が得意であると答えた人数は 240 人、数学が得意であると答えた人数は 285 人、英語が得意であると答えた人数は 222 人、3 科目とも得意でないと答えた人数は 50 人、3 科目とも得意であると答えた人数は 25 人であったとする。このとき、2 科目のみが得意で 1 科目が得意でないと答えた人数を求めなさい。

(下書き用紙)

試験問題は次に続く。

2 座標平面上の原点 O ，円 $x^2 + y^2 = 1$ 上を動く点 P ，円 $(x - 2)^2 + (y - 2\sqrt{3})^2 = 1$ 上を動く点 Q がある．以下の問に答えなさい．

(1) 内積 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ の最大値を求めなさい．また，その時の点 P と点 Q の座標の組を求めなさい．

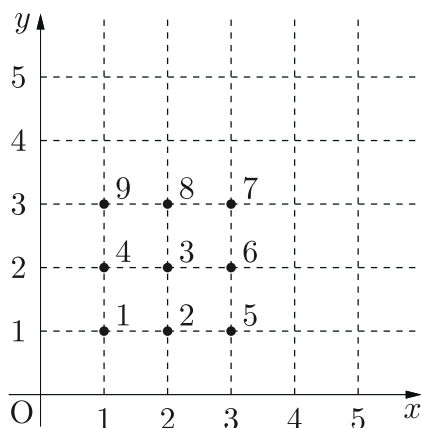
(2) 内積 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ の最小値を求めなさい．また，その時の点 P と点 Q の座標の組を求めなさい．

(3) 点 O ， P ， Q が一直線上にないとき，三角形 OPQ の面積の最大値を求めなさい．また，その時の点 P と点 Q の座標の組を全て求めなさい．

(下書き用紙)

試験問題は次に続く。

- 3 座標平面上の $x > 0, y > 0$ である格子点 (x 座標と y 座標がともに整数である点) に, 図のように 1 から順番に自然数を配置していき, 10 以降の自然数も同様のルールで配置していく. 以下の問に答えなさい.



- (1) 1 以上の整数 n に対し, 格子点 $(n, 1)$ に配置された自然数を n を用いた式で表しなさい.
- (2) 160 が配置される格子点の座標を求めなさい.
- (3) 1 以上の整数 n に対し, 格子点 $(1, 1), (2, 1), (3, 1), \dots, (n, 1)$ に配置された n 個の自然数の和を n を用いて表しなさい.
- (4) 2 以上の整数 n に対し, $2 \leq i \leq n$ かつ $2 \leq j \leq n$ を満たす全ての格子点 (i, j) に配置された自然数の和を n を用いて表しなさい.

(下書き用紙)

試験問題は次に続く。

4 正八角形 $A_1A_2\cdots A_8$ がある. 一方, 8 枚のカードがあり, 1 枚目から順に A_1, A_2, \dots, A_8 と書かれている. これらのカードの中から 3 枚を無作為に選び, 正八角形 $A_1A_2\cdots A_8$ において, 選ばれたカードに書かれた記号に対応する頂点を結んで三角形を作る. このとき, 以下の間に答えなさい.

(1) 作られた三角形が直角三角形となるカードの選び方の総数を求めなさい.

(2) 作られた三角形が正八角形 $A_1A_2\cdots A_8$ と 2 辺を共有するカードの選び方の総数を求めなさい.

(3) 作られた三角形が二等辺三角形となるカードの選び方の総数を求めなさい.

(4) 作られた三角形が二等辺三角形であったとき, その三角形が正八角形 $A_1A_2\cdots A_8$ と辺を共有していない条件付き確率を求めなさい.

(5) 8 枚のカードから 3 枚を無作為に選んで三角形を作り, さらに残りの 5 枚のカードから無作為に 3 枚を選び, 三角形をもう 1 つ作る. 作られた 2 つの三角形の一部が重なる確率を求めなさい.

(下書き用紙)

試験問題は次に続く。

5 関数 $f(x) = 1 - e^{-x^2}$, $g(x) = 1 - e^{-x}$ について以下の間に答えなさい.

(1) 関数 $y = f(x)$ のグラフについて, 増減とグラフの凹凸を調べ, 極値, 変曲点, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ をすべて求めなさい.

(2) $0 \leq x \leq 1$ の範囲について, 関数 $y = f(x)$ のグラフと $y = g(x)$ のグラフを同一座標平面上に図示しなさい.

(3) $\int_0^1 x(1 - e^{-x^2}) dx$ を求めなさい.

(4) $\frac{1}{2e} < \int_0^1 (1 - e^{-x^2}) dx < \frac{1}{e}$ を示しなさい.