

2021（令和3）年度 福岡女子大学 一般選抜個別学力検査

〔 前期日程試験問題 〕

【環境科学科】

数 学

【 90 分 】

注意事項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は5ページから13ページにあります。問題は全部で**5題**です。
- 3 解答用紙には裏にも解答欄があります。
- 4 問題の小問がある場合は、(1), (2), (3), …のように小問番号を各自で解答用紙に明記してください。
- 5 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 6 試験開始と同時に解答用紙の**受験番号欄**に**受験番号**を記入してください。
- 7 試験終了後、**問題冊子は持ち帰ってください**。

環境科学科 数学 問題訂正

大問 1

(1) 以下のように訂正

「定数 a, c の値を求めなさい. また, 定数 b の取りうる値をすべて求めなさい.」

(2) 削除

(3) 訂正なし

1 $U = \{x \mid x \text{ は } 7 \text{ 以下の自然数}\}$ を全体集合とし, U の部分集合 A, B が自然数 a, b, c を用いて

$$A = \{b, a^2 - 3a - 1, a^2 - 9\},$$

$$B = \{b, a^2 - 4a + 3, a + 1, c\}$$

と表されている. A と B の要素の個数がそれぞれ 3 と 4 で, $\overline{A} \cap B = \{5, 6\}$ であるとき, 次の問に答えなさい.

(1) 定数 a の値を求めなさい.

(2) 定数 c の値を求めなさい.

(3) U の部分集合 C を $C = \{y \mid y \text{ は } 7 \text{ 以下の自然数かつ奇数}\}$ とし, $A \cap B \cap C$ の要素の個数が 1 であるとき, 定数 b の取りうる値をすべて求めなさい.

(下書き用紙)

試験問題は次に続く。

2 以下の問に答えなさい.

(1) 不定積分 $\int \frac{1}{3-x} dx$ を求めなさい.

(2) 不定積分 $\int \frac{1}{9-x^2} dx$ を求めなさい.

(3) 定積分 $\int_1^2 \frac{1}{x^2} \log \sqrt{9-x^2} dx$ の値を求めなさい.

(下書き用紙)

試験問題は次に続く。

3 座標平面上の異なる 2 点 A, B に対し, 原点 O が線分 AB の中点になっている. 以下の問に答えなさい.

(1) 点 P が $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$ を満たしながら動いているとき, 点 P の動く軌跡を答えなさい.

(2) 点 Q が $\overrightarrow{QA} \cdot \overrightarrow{QB} + 3\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$ を満たしながら動いているとき, 点 Q の動く軌跡を答えなさい.

(3) 点 A の座標が $(1, 0)$, 点 B の座標が $(-1, 0)$ であり, 点 Q が $\overrightarrow{QA} \cdot \overrightarrow{QB} + 3\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$ を満たしながら動いているとき, $|\overrightarrow{QA}|^2 |\overrightarrow{QB}|^2$ の最大値と最小値を求めなさい.

(下書き用紙)

試験問題は次に続く。

4 座標平面上で、点 P は原点 O を出発点とし、サイコロを投げて 2 以下の目が出たときは x 軸方向へ、3 以上の目が出たときは y 軸方向へそれぞれ 1 だけ移動するものとする。ただし、点 P の y 座標が 2 のときは、サイコロの出た目にかかわらず x 軸方向へ 1 だけ移動するものとする。この操作を繰り返し、点 P が点 A(3, 2)、点 B(3, 1)、点 C(3, 0) のいずれかに到達したら移動を終了する。このとき、以下の間に答えなさい。

(1) 点 (0, 2) を経由して点 A に到達する確率を求めなさい。

(2) 点 (1, 2) を経由して点 A に到達する確率を求めなさい。

(3) 点 A に到達する確率を求めなさい。

(4) 点 B に到達する確率と点 C に到達する確率をそれぞれ求めなさい。

(5) 点 A に到達したという結果が得られたとき、それが点 (1, 1) を経由したものである確率を求めなさい。

(下書き用紙)

試験問題は次に続く。

5 $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、次の2つの関数

$$f(x) = \cos x - 1 + \frac{x^2}{2}$$

$$g(x) = -\cos x + 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}$$

について、次の問に答えなさい。

- (1) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $f(x)$ の第1次導関数 $f'(x)$ について、 $f'(x) \geq 0$ が成り立つことを示しなさい。また、 $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0$ のとき、 $f'(x) \leq 0$ が成り立つことを示しなさい。
- (2) $f(x)$ の増減表を作り、 $f(x) \geq 0$ であることを示しなさい。
- (3) $g(x) \geq 0$ が成り立つことを示しなさい。
- (4) $\frac{12}{24} \leq \cos 1 \leq \frac{13}{24}$ が成り立つことを示しなさい。