

2020（令和2）年度 福岡女子大学 一般入試個別学力検査

〔 前期日程試験問題 〕

【環境科学科】

数 学

【 90 分 】

注意事項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は5ページから13ページにあります。問題は全部で**5題**です。
- 3 解答用紙には裏にも解答欄があります。
- 4 問題の小問がある場合は、(1)、(2)、(3)、…のように小問番号を各自で解答用紙に明記してください。
- 5 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁、乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 6 試験開始と同時に解答用紙の**受験番号欄**に**受験番号**を記入してください。
- 7 試験終了後、**問題冊子は持ち帰ってください**。

1 次の極限值を求めなさい.

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \log_2 \frac{1}{x + 4 - \sqrt{x^2 + 4}}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \{ \log_3(3^{x-1} - 2^x) - \log_3(3^{x+1} + 2^x) \}$$

(下書き用紙)

試験問題は次に続く。

- 2 三角形 $A_1A_2A_3$ の頂点 A_1 にコマが置かれている．コインを 3 回投げてコマの次の位置を決定する．次の位置は表の出た回数とコマの現在位置によって下の表に従って決定し，コマをその位置に置く．

次の位置		表の出た回数			
		0	1	2	3
現在位置	A_1	A_1	A_1	A_2	A_3
	A_2	A_2	A_1	A_2	A_2
	A_3	A_3	A_1	A_3	A_3

この操作を n 回繰り返した後に，コマが頂点 A_1, A_2, A_3 に置かれている確率を，それぞれ p_n, q_n, r_n とする．以下の問に答えなさい．

- (1) コマが頂点 A_1 にあるとき，コマが頂点 A_1 にとどまる確率，頂点 A_2 に移動する確率，頂点 A_3 に移動する確率をそれぞれ求めなさい．
- (2) $p_{n+1}, q_{n+1}, r_{n+1}$ それぞれを， p_n, q_n, r_n を用いて表しなさい．
- (3) (2)で求めた p_{n+1} の式と $p_n + q_n + r_n = 1$ であることを用いて， p_n を n の式で表しなさい．

(下書き用紙)

試験問題は次に続く。

3 三角形 OAB は $\angle O$ と $\angle A$ と $\angle B$ の角度の比が $3:2:1$ であり, OA の長さは 1 である. $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とするとき, $\overrightarrow{OP} = s\vec{a} + t\vec{b}$ (s, t は実数) で定まる点 P について考える. 以下の問に答えなさい.

(1) 点 P が三角形 OAB の周上または内部の点であるとき, s, t が満たす条件を答えなさい.

(2) $|\overrightarrow{OP}|^2 + |\overrightarrow{PA}|^2 + |\overrightarrow{PB}|^2 = \ell$ とするとき, ℓ を s, t を用いて表しなさい.

(3) ℓ の最小値, およびそのときの s, t の値を求めなさい.

(4) ℓ が最小になるとき, 三角形 OAP, OBP, ABP の面積の比を求めなさい.

(5) $\angle OPA = \theta$ とする. ℓ が最小になるとき, $\sin \theta$ の値を求めなさい.

(下書き用紙)

試験問題は次に続く。

4 座標平面上の 2 点を $F(1, 0)$, $F'(-1, 0)$ とするとき, 以下の間に答えなさい.

- (1) 2 点 F および F' から点 $P(x, y)$ への距離の和 $PF + PF'$ が 6 であるような点 P の軌跡を求め, 概形をかきなさい.
- (2) 点 $Q(x, y)$ から直線 $\ell: x = 9$ に下ろした垂線を QH とするとき, $QH:QF = 3:1$ となるような点 Q の軌跡を求めなさい.
- (3) 点 F を極とし, 点 F から x 軸の正の方向に向かう半直線を始線とする極座標において, (1) で求めた軌跡の極方程式を $r = f(\theta)$ の形式で求めなさい. ただし, r は極から点 P への距離, θ は点 P の偏角である.

(下書き用紙)

試験問題は次に続く。

5 曲線 $C : x = t^2, y = (t - 1)^2$ ($0 \leq t \leq 1$) について, 以下の問に答えなさい.

(1) 曲線 C の概形をかきなさい.

(2) $0 < s < 1$ とするとき, $t = s$ における曲線 C の接線 l の方程式を s を用いて表しなさい.

(3) 曲線 C , x 軸, y 軸で囲まれた部分を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を V_1 とする. また, 接線 l , x 軸, y 軸で囲まれた部分を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を V_2 とする. $V = V_1 - V_2$ とするとき, V が最小になるときの s の値および, そのときの V の値を求めなさい.

